



Language: **Serbian**

Day: **2**

17.04.2020.

Zadatak 4. Permutaciju prirodnih brojeva $1, 2, \dots, m$ zovemo *svežom* ako ne postoji prirodan broj $k < m$ takav da su prvih k brojeva permutacije baš brojevi $1, 2, \dots, k$ u nekom redosledu. Neka je f_m broj svežih permutacija brojeva $1, 2, \dots, m$.

Dokazati da $f_n \geq n \cdot f_{n-1}$ važi za sve $n \geq 3$.

Na primer, ako je $m = 4$, onda je permutacija $(3, 1, 4, 2)$ sveža, a $(2, 3, 1, 4)$ nije.

Zadatak 5. Neka je ABC trougao u kome važi $\angle BCA > 90^\circ$. Kružnica Γ opisana oko trougla ABC ima poluprečnik R . Postoji tačka P u unutrašnjosti duži AB takva da $PB = PC$ i dužina PA je R . Simetrala duži PB seče Γ u tačkama D i E .

Dokazati da je P centar upisane kružnice trougla CDE .

Zadatak 6. Neka je $m > 1$ prirodan broj. Niz a_1, a_2, a_3, \dots je dat sa $a_1 = a_2 = 1$, $a_3 = 4$, i za sve $n \geq 4$,

$$a_n = m(a_{n-1} + a_{n-2}) - a_{n-3}.$$

Odrediti sve prirodne brojeve m za koje je svaki element datog niza potpun kvadrat.

Language: Serbian

Vreme: 4 sata i 30 minuta
Svaki zadatak vredi 7 bodova.

Da bi takmičenje proteklo u fer uslovima, molimo vas da ne pominjete zadatke na internetu ili društvenim mrežama do subote 18.04. u 23:59.