



Language: **Latvian**

Day: **2**

Piektdien, 2020. gada 17. aprīlī.

4. uzdevums. Veselu skaitļu $1, 2, \dots, m$ permutāciju saucsim par *svaigu*, ja neeksistē naturāls skaitlis $k < m$ tāds, ka pirmie k skaitļi šajā permutācijā ir skaitļi $1, 2, \dots, k$ jebkādā patvaļīgā secībā. Katram m ar f_m apzīmēsim skaitļu $1, 2, \dots, m$ visu *svaigo* permutāciju skaitu.

Pierādīt, ka katram $n \geq 3$ izpildās nevienādība $f_n \geq n \cdot f_{n-1}$.

*Piemēram, ja $m = 4$, tad permutācija $(3, 1, 4, 2)$ ir *svaiga*, bet permutācija $(2, 3, 1, 4)$ nav *svaiga*.*

5. uzdevums. Dots platleņķa trijstūris ABC , $\angle BCA > 90^\circ$. Tam apvilktais riņķa līnijas Γ rādiusa garums ir R . Uz nogriežņa AB atrodas punkts P tāds, ka $PB = PC$ un PA garums ir R . Nogriežņa PB vidusperpendikuls krusto Γ punktos D un E .

Pierādīt, ka punkts P ir trijstūra CDE ievilktais riņķa līnijas centrs.

6. uzdevums. Dots vesels skaitlis $m > 1$. Virkne $a_1, a_2, a_3, \dots$ ir definēta šādi: $a_1 = a_2 = 1$, $a_3 = 4$ un visiem $n \geq 4$

$$a_n = m(a_{n-1} + a_{n-2}) - a_{n-3}.$$

Atrast visus tādus m , kuriem katrs virknes loceklis ir kāda vesela skaitļa kvadrāts.

Language: Latvian

Risināšanas laiks: $4\frac{1}{2}$ stundas.
Katru uzdevumu vērtē ar 7 punktiem.

Lai nodrošinātu godīgas un patīkamas sacensības, lūdzu, neapsriest un nepieminēt uzdevumus internetā vai sociālajos tīklos līdz svētdienas 19. aprīļa plkst. 01:00 naktī.