

17 сәуір 2020

Есеп 4. Егер $1, 2, \dots, m$ сандарының орын алмастыруында, алдыңғы k сан $1, 2, \dots, k$ сандарының қандай да бір орын алмастыруы болатындай натурал $k < m$ саны табылмаса, онда ондай орын алмастыруды жаңа деп атайымыз. $1, 2, \dots, m$ сандарының жаңа орын алмастыруларының санын f_m арқылы белгілейік.

Барлық $n \geq 3$ үшін $f_n \geq n \cdot f_{n-1}$ теңсіздігін дәлелдеңіз.

Мысалға, егер $m = 4$ болса, онда $(3, 1, 4, 2)$ орын алмастыруы жаңа болып саналады, ал $(2, 3, 1, 4)$ орын алмастыруы — жаңа емес.

Есеп 5. Радиусы R болатын Γ шеңберіне $\angle BCA > 90^\circ$ болатын ABC үшбұрышы іштей сызылған. AB кесіндісінде белгіленген P нүктесі үшін $PB = PC$ және $PA = R$ теңдіктері орындалады. PB кесіндісінің орта перпендикуляры Γ -ны D және E нүктелерінде қияды.

P нүктесінің CDE үшбұрышына іштей сызылған шеңбердің центрі екенін дәлелдеңіз.

Есеп 6. $m > 1$ — бүтін сан болсын. $a_1, a_2, a_3, \dots$ тізбегі келесідей анықталған: $a_1 = a_2 = 1$, $a_3 = 4$, және барлық $n \geq 4$ үшін,

$$a_n = m(a_{n-1} + a_{n-2}) - a_{n-3}.$$

$\{a_n\}$ тізбегінің барлық мүшелері толық квадрат болатындай барлық бүтін m сандарын табыңыз.