Language: **Georgian**

Day: 2

აპრილი, 2020

ამოცანა 4. ნატურალური $1, 2, \ldots, m$ რიცხვების გადანაცვლებას ვუწოდოთ *ახალი*, თუ არ არსებობს ნატურალური რიცხვი $k < m$ ისეთი, რომ ამ გადანაცვლების პირველი k რიცხვი, წარმოადგენდეს $1, 2, \ldots, k$ რიცხვების რაიმე გადანაცვლებას. ვთქვათ, f_m აღნიშნავს $1, 2, \ldots, m$ რიცხვების *ახალი* გადანაცვლებების რაოდენობას.

დაამტკიცეთ, რომ: $f_n \geq n \cdot f_{n-1}$, ყოველი $n \geq 3$-თვის.

მაგ: თუ $m = 4$, *მაშინ გადანაცვლება* (3,1,4,2) *არის ახალი, ხოლო გადანაცვლება* (2,3,1,4) *არა.*

ამოცანა 5. ვთქვათ, ABC სამკუთხედში $\angle BCA > 90^\circ$. მასზე შემოხაზული Γ წრეწირის რადიუსის სიგრძეა R. წერტილი P, AB მონაკვეთის შიგნითაა, ისე რომ $PB = PC$ და PA-ს სიგრძეა R. PB მონაკვეთის შუამართობი Γ წრეწირს კვეთს D და E წერტილებზე.

დაამტკიცეთ, რომ P წერტილი წარმოადგენს CDE სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრს.

ამოცანა 6. ვთქვათ, $m > 1$ მთელია. მიმდევრობა $a_1, a_2, a_3, \ldots$ განვსაზღვროთ შემდეგნაირად: $a_1 = a_2 = 1$, $a_3 = 4$ და ყოველი $n \geq 4$-თვის

$$a_n = m(a_{n-1} + a_{n-2}) - a_{n-3}.$$

განსაზღვრეთ ყველა მთელი m, რომლისთვისაც ამ მიმდევრობის ყველა წევრი სრული კვადრატია.

Language:Georgian

სამუშაო დრო: 4 საათი და 30 წუთი

ყოველი ამოცანა ფასდება 7 ქულით

გთხოვთ, 19 აპრილის 02:00 საათამდე, ნუ მოახდენთ ამოცანების აფიშირებას ინტერნეტით ან ნებისმიერი სხვა გზით, რომელიც გახდის მათ საჯაროს. რადგან, ჩვენ ყველამ ერთად უნდა ვიზრუნოთ, რომ ოლიმპიადა ჩატარდეს ყველასთვის სამართლიან და თანასწორ პირობებში.