



Language: **Bosnian**

Day: **2**

april 2020

**Zadatak 4.** Permutaciju prirodnih brojeva  $1, 2, \dots, m$  zovemo *svježom* ako ne postoji prirodan broj  $k < m$  tako da je prvih  $k$  brojeva u permutaciji jednako brojevima  $1, 2, \dots, k$  u nekom poretku. Neka je  $f_m$  broj *svježih* permutacija brojeva  $1, 2, \dots, m$ .

Dokazati da je  $f_n \geq n \cdot f_{n-1}$  za sve  $n \geq 3$ .

Na primjer, ako je  $m = 4$ , onda je permutacija  $(3,1,4,2)$  svježa, dok permutacija  $(2,3,1,4)$  nije.

**Zadatak 5.** Dat je trougao  $ABC$  u kojem je  $\angle BCA > 90^\circ$ . Opisana kružnica  $\Gamma$  trougla  $ABC$  ima poluprečnik  $R$ . Data je tačka  $P$  na unutrašnjosti duži  $AB$  tako da je  $PB = PC$  i dužina  $PA$  je  $R$ . Simetrala duži  $PB$  siječe  $\Gamma$  u tačkama  $D$  i  $E$ .

Dokazati da je  $P$  centar upisane kružnice trougla  $CDE$ .

**Zadatak 6.** Neka  $m > 1$  prirodan broj. Niz  $a_1, a_2, a_3, \dots$  je definisan sa  $a_1 = a_2 = 1$ ,  $a_3 = 4$ , i za sve  $n \geq 4$ ,

$$a_n = m(a_{n-1} + a_{n-2}) - a_{n-3}.$$

Naći sve prirodne brojeve  $m$  tako da je svaki član ovog niza potpun kvadrat.

Language: Bosnian

Vrijeme: 4 sata i 30 minuta  
Svaki zadatak vrijedi 7 bodova

**Kako bi ovo bilo poštено i ugodno takmičenje za sviju, molimo vas da ne spominjete i ne objavljujete zadatke na internetu ili socijalnim mrežama do subote 18. aprila u 23:59.**