

Nisan 2020

Soru 1. $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{3030}$ pozitif tam sayıları

$$n = 0, 1, 2, \dots, 3028 \text{ için } 2a_{n+2} = a_{n+1} + 4a_n$$

koşulunu sağlıyorlar. $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{3030}$ sayılarından en az birinin 2^{2020} ile bölündüğünü gösteriniz.

Soru 2. Aşağıdaki üç koşulun hepsini sağlayan tüm $(x_1, x_2, \dots, x_{2020})$ negatif olmayan gerçel sayı listelerini bulunuz:

(i) $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{2020}$;

(ii) $x_{2020} \leq x_1 + 1$;

(iii) $(x_1, x_2, \dots, x_{2020})$ 'nin

$$\sum_{i=1}^{2020} ((x_i + 1)(y_i + 1))^2 = 8 \sum_{i=1}^{2020} x_i^3$$

olacak şekilde bir $(y_1, y_2, \dots, y_{2020})$ permütasyonu vardır.

Bir listenin permütasyonu, bu listeyle aynı girdilere sahip ve girdilerin herhangi bir sırada olabildiği aynı uzunluktaki bir listedir. Örneğin $(2, 1, 2)$, $(1, 2, 2)$ 'nin bir permütasyonudur, ve bunların her ikisi de $(2, 2, 1)$ 'nin permütasyonudur. Herhangi bir listenin kendisinin bir permütasyonu olduğunu dikkate alınız.

Soru 3. $\angle A = \angle C = \angle E$ ve $\angle B = \angle D = \angle F$ olan bir $ABCDEF$ dışbükey altıgeninde $\angle A$, $\angle C$ ve $\angle E$ açılarının iç açıortayları noktadaştır.

$\angle B$, $\angle D$ ve $\angle F$ açılarının iç açıortaylarının da noktadaş olduklarını gösteriniz.

$\angle A = \angle FAB$ olduğunu dikkate alınız. Altıgenin diğer iç açıları da benzer şekilde ifade ediliyor.