

16 сәуір 2020

Есеп 1. Натурал $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{3030}$ сандары келесі шартты қанағаттандырады:

$$2a_{n+2} = a_{n+1} + 4a_n \text{ барлық } n = 0, 1, 2, \dots, 3028 \text{ үшін.}$$

$a_0, a_1, a_2, \dots, a_{3030}$ сандарының кемінде біреуі 2^{2020} санына бөлінетінін дәлелдеңіз.

Есеп 2. Келесі үш шарттарды қанағаттандыратын, теріс емес нақты сандардан тұратын барлық $(x_1, x_2, \dots, x_{2020})$ сандарын табыңыз:

(i) $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{2020}$;

(ii) $x_{2020} \leq x_1 + 1$;

(iii) $(x_1, x_2, \dots, x_{2020})$ сандарының $\sum_{i=1}^{2020} ((x_i + 1)(y_i + 1))^2 = 8 \sum_{i=1}^{2020} x_i^3$ теңдігі орындалатындай $(y_1, y_2, \dots, y_{2020})$ орын алмастыруы бар.

Сандардың орын алмастыруы дегеніміз — осы сандарды бір қатарға қандай-да бір (мүмкін, басқа) ретпен жазылуын айтады.

Мысалға, $(2, 1, 2)$ сандары $(1, 2, 2)$ сандарының орын алмастыруы болып саналады, және екеуі де $(2, 2, 1)$ сандарының орын алмастыруы болады. Кез келген жиынтық өзінің орын алмастыру болатынын атап өтейік.

Есеп 3. Дөңес $ABCDEF$ алтыбұрышында $\angle A = \angle C = \angle E$ және $\angle B = \angle D = \angle F$, ал $\angle A, \angle C$ және $\angle E$ бұрыштарының ішкі биссектрисалары бір нүктеде қиылысады.

$\angle B, \angle D$ және $\angle F$ бұрыштарының да ішкі биссектрисалары бір нүктеде қиылысатынын дәлелдеңіз.

$\angle A$ бұрышының ішкі бұрышы деп $\angle A = \angle FAB$ бұрышын айтамыз. Басқа ішкі бұрыштар дәл сол сияқты анықталады.

Language: Қазақ

Олимпиада ұзақтығы: 4 сағат 30 минут
Әр есеп 7 ұпайға бағаланады

Олимпиаданың адал болуы және барлығының көңілінен шығу үшін олимпиада туралы Интернетте және әлеуметтік желілерде Мәскеу уақытымен 19 сәуірде сағат 01:00-ге дейін ешкімге айтпаңыз.