

Aprel, 2020

Məsələ 1. $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{3030}$ müsbət tam ədədləri üçün aşağıdakı şərt ödənilir:

$$2a_{n+2} = a_{n+1} + 4a_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, 3028.$$

İsbat edin ki, $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{3030}$ ədədlərindən ən azı biri 2^{2020} ədədinə tam bölünür.

Məsələ 2. Aşağıdakı üç şərti ödəyən bütün $(x_1, x_2, \dots, x_{2020})$ mənfi olmayan həqiqi ədədlər siyahısını müəyyən edin:

- (i) $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{2020}$;
- (ii) $x_{2020} \leq x_1 + 1$;
- (iii) $(x_1, x_2, \dots, x_{2020})$ üçün elə $(y_1, y_2, \dots, y_{2020})$ permutasiyası (yerdəyişməsi) mövcuddur ki,

$$\sum_{i=1}^{2020} ((x_i + 1)(y_i + 1))^2 = 8 \sum_{i=1}^{2020} x_i^3$$

şərti ödənilir.

Verilmiş siyahının elementlərinin yerlərini dəyişməklə əldə olunan siyahıya bu siyahının permutasiyası deyilir. Məsələn, $(2, 1, 2)$ siyahısı $(1, 2, 2)$ -in permutasiyası adlanır və eyni zamanda onların hər ikisi $(2, 2, 1)$ siyahısının permutasiyalarıdır. Hər siyahı özü özünün permutasiyası sayılır.

Məsələ 3. Məlumdur ki, $ABCDEF$ - qabarıq altıbucaqlısında $\angle A = \angle C = \angle E$, $\angle B = \angle D = \angle F$ və digər tərəfdən $\angle A$, $\angle C$, və $\angle E$ bucaqlarının daxili tənbölənləri eyni nöqtədə kəsişirlər.

İsbat edin ki, $\angle B$, $\angle D$, və $\angle F$ bucaqlarının daxili tənbölənləri də bir nöqtədə kəsişirlər.

Qeyd: $\angle A = \angle FAB$. Altıbucaqlının digər daxili bucaqları da eyni qaydada təsvir edilmişdir.

Language: Azerbaijan

Vaxt: 4 saat və 30 dəqiqə
Hər sual 7 ball ilə qiymətləndirilir.

Olimpiadanın şəffaf, ədalətli və qaydalara uyğun keçirilməsi məqsədi ilə tapşırıqların internet saytlarında və ya sosial mediada 19 aprel 02.00 tarixinədək müzakirə edilməməsi xahiş edilir.