EGMO VIRTUAL
Netherlands | 2020
European Girls' Mathematical Olympiad

Language: **Arabic**

Day: **1**

الخميس ١٦ أبريل ٢٠٢٠

المسألة ١. الأعداد الصحيحة الموجبة $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_{3030}$ تحقق أن

$$2a_{n+2} = a_{n+1} + 4a_n \quad \text{لكل } n = 0,1,2,\ldots,3028$$

أثبتي أنه يوجد على الأقل عدد واحد من الأعداد $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_{3030}$ يقبل القسمة على 2^{2020}.

المسألة ٢. أوجدي جميع القوائم $(x_1, x_2, \ldots, x_{2020})$ من الأعداد الحقيقية غير السالبة والتي تحقق جميع الشروط الثالثة التالية:

(i) $x_1 \leq x_2 \leq \cdots \leq x_{2020}$

(ii) $x_{2020} \leq x_1 + 1$

(iii) توجد تبديلة $(y_1, y_2, \ldots, y_{2020})$ لـ $(x_1, x_2, \ldots, x_{2020})$ تحقق أن

$$\sum_{i=1}^{2020} \left((x_i + 1)(y_i + 1)\right)^2 = 8 \sum_{i=1}^{2020} x_i^3.$$

(التبديلة لقائمة هي قائمة من نفس الطول ونفس العناصر، ولكن يسمح لهذه العناصر أن تكون بأي ترتيب. على سبيل المثال $(2, 1, 2)$ هي تبديلة لـ $(1, 2, 2)$ وكلاهما تباديل لـ $(2, 2, 1)$. لاحظي أن أي قائمة هي تبديلة لنفسها.)

المسألة ٣. ليكن $ABCDEF$ سداسي محدب حيث أن $\angle A = \angle C = \angle E$ و $\angle B = \angle D = \angle F$ ومنصفات الزوايا الداخلية للزوايا $\angle A$، $\angle C$، و $\angle E$ تتقاطع في نقطة واحدة.

أثبتي أن منصفات الزوايا الداخلية للزوايا $\angle B$، $\angle D$، و $\angle F$ تتقاطع في نقطة واحدة أيضاً.

(ملاحظة: $\angle A = \angle FAB$ وبالمثل يتم تمثيل بقية الزوايا الداخلية للسداسي)

Language: Arabic

مدة الاختبار: ٤ ساعات و ٣٠ دقيقة
الدرجة العظمى لكل سؤال ٧ درجات.

ليكون هذا الاختبار عادلاً وممتعاً للجميع، نرجو عدم التلميح أو الإشارة بالمسائل على شبكة الانترنت أو وسائل التواصل الاجتماعي حتى يوم الأثنين ١٩ أبريل الساعة ٣:٠٠ صباحاً بتوقيت المملكة العربية السعودية.