

Prill 2020

Problemi 1. Numrat e plotë pozitivë $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{3030}$ kënaqin kushtin

$$2a_{n+2} = a_{n+1} + 4a_n \text{ për } n = 0, 1, 2, \dots, 3028.$$

Vërtetoni se të paktën njëri prej numrave $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{3030}$ plotpjestohet me 2^{2020} .

Problemi 2. Gjeni të gjitha listat $(x_1, x_2, \dots, x_{2020})$ e numrave realë jo-negativë që plotësojnë njëkohësisht tre kushtet e mëposhtme:

- (i) $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{2020}$;
- (ii) $x_{2020} \leq x_1 + 1$;
- (iii) gjendet një përkëmbim $(y_1, y_2, \dots, y_{2020})$ i $(x_1, x_2, \dots, x_{2020})$ i tillë që

$$\sum_{i=1}^{2020} ((x_i + 1)(y_i + 1))^2 = 8 \sum_{i=1}^{2020} x_i^3.$$

Një përkëmbim i një liste është një listë me të njëjtën gjatësi, me të njëjtët elementë, ndërkohë që elementët mund të jenë vendosur në një renditje të çfarëdoshme. Për shembull, $(2, 1, 2)$ është një përkëmbim i $(1, 2, 2)$, dhe të dy bashkë janë përkëmbime të $(2, 2, 1)$. Vini re se çdo listë është një përkëmbim i vetë listës.

Problemi 3. Jepet gjashtëkëndëshi i mysët $ABCDEF$ ku $\angle A = \angle C = \angle E$ dhe $\angle B = \angle D = \angle F$ dhe përgjysmoret e këndeve (të brendshëm) të $\angle A$, $\angle C$, dhe $\angle E$ priten në një pikë.

Vërtetoni se përgjysmoret e këndeve (të brendshëm) të $\angle B$, $\angle D$, dhe $\angle F$ priten gjithashtu në një pikë.

Vini re që $\angle A = \angle FAB$. Këndet e tjerë të brendshëm të gjashtëkëndëshit përshkruhen në mënyrë të ngjashme.

Language: Albanian

Koha: 4 orë dhe 30 minuta
Secili problem vlen 7 pikë

Për të realizuar një konkurs të drejtë dhe të këndshëm për të gjithë, ju lutemi të mos përmendni apo i referoni problemat në internet apo në media sociale deri te shtunën, datë 18 Prill, ora 24:00.