Martes, 9 de abril de 2019

Problema 1. Encuentre todas las ternas (a, b, c) de números reales tales que $ab + bc + ca = 1$ y

$$a^2b + c = b^2c + a = c^2a + b.$$

Problema 2. Sea n un entero positivo. En un tablero de $2n \times 2n$ casillas se colocan dominós de manera que cada casilla del tablero sea adyacente a exactamente una casilla cubierta por un dominó. Para cada n, determine la mayor cantidad de dominós que se pueden poner de esa manera.

Nota: Un dominó es una ficha de 1×2 o de 2×1 cuadrados unitarios. Los dominós son colocados en el tablero de manera que cada dominó cubre exactamente dos casillas del tablero y los dominós no se superponen (no se traslapan). Decimos que dos casillas son *adyacentes* si son diferentes y tienen un lado en común.

Problema 3. Sea ABC un triángulo tal que $\measuredangle CAB > \measuredangle ABC$, y sea I su incentro. Sea D el punto en el segmento BC tal que $\measuredangle CAD = \measuredangle ABC$. Sea ω la circunferencia que pasa por I y es tangente a la recta AC en el punto A. Sea X el segundo punto de intersección de ω con la circunferencia circunscrita de ABC. Muestre que las bisectrices de los ángulos $\measuredangle DAB$ y $\measuredangle CXB$ se intersecan en un punto de la recta BC.