European Girls' Mathematical Olympiad
Kyiv, Ukraine 2019

Language: **Macedonian**

Day: **1**

Вторник, 9 април 2019 година

1. Најди ги сите тројки од реални броеви (a,b,c) такви што $ab+bc+ca=1$ и

$$a^2b+c=b^2c+a=c^2a+b.$$

2. Нека n е позитивен природен број. На шаховска табла со димензии $2n\times 2n$ се ставени домина, така што секое квадратче од таблата е соседно со точно едно квадратче што е покриено со домино. За секој број n, најди го најголемиот број на домина што може да се стават на таблата на овој начин.

(*Домино* е плочка со димензии 2×1 или 1×2. Домината се ставени на таблата така што секое домино покрива точно две квадратчиња од таблата и две домина не може да се преклопат. Велиме дека две квадратчиња *се соседни* ако се различни и ако имаат заедничка страна.)

3. Нека ABC е триаголник таков што $\measuredangle CAB>\measuredangle ABC$ и нека I е центар на неговата впишана кружница. Нека D е точка од отсечката BC таква што $\measuredangle CAD=\measuredangle ABC$. Нека ω е кружница која ја допира AC во точката A и минува низ точката I. Нека X е втората точка во која се сечат кружницата ω и опишаната кружница на триаголникот ABC. Докажи дека симетралите на аглите $\measuredangle DAB$ и $\measuredangle CXB$ се сечат во точка која лежи на правата BC.

Language: Macedonian

Време за работа: 4 часа и 30 минути.
Секоја задача се вреднува со 7 поени.