



*Otrdien, 2019. gada 9. aprīlī.*

**1. uzdevums.** Atrast visus reālu skaitļu trijniekus  $(a, b, c)$ , kuriem izpildās  $ab + bc + ca = 1$  un

$$a^2b + c = b^2c + a = c^2a + b.$$

**2. uzdevums.** Dots naturāls skaitlis  $n$ . Domino kauliņi ir uzlikt uz  $2n \times 2n$  lauciņu liela šaha galdiņa tā, ka katrs galdiņa lauciņš robežojas tieši ar vienu, ar domino kauliņu nosegtu, lauciņu. Katram  $n$  atrast lielāko domino kauliņu skaitu, kurus iespējams uzlikt šādā veidā.

(Domino kauliņš ir kauliņš ar izmēriem  $2 \times 1$  vai  $1 \times 2$  lauciņi. Domino kauliņi tiek uzlikti uz galdiņa tā, lai katrs uzliktais kauliņš nosegtu tieši divus lauciņus, un domino kauliņi savstarpēji nepārklātos. Saka, ka divi lauciņi robežojas viens ar otru, ja tie ir atšķirīgi, un tiem ir kopīga mala.)

**3. uzdevums.** Trijstūrī  $ABC$  dots, ka  $\angle CAB > \angle ABC$ , un punkts  $I$  ir ievilktais riņķa līnijas centrs. Punkts  $D$  atrodas uz nogriežņa  $BC$  tā, ka  $\angle CAD = \angle ABC$ .  $\omega$  ir riņķa līnija, kas pieskaras  $AC$  punktā  $A$  un iet caur punktu  $I$ . Punkts  $X$  ir otrs riņķa līnijas  $\omega$  un trijstūrī  $ABC$  apvilktais riņķa līnijas krustpunkts. Pierādīt, ka leņķu  $\angle DAB$  un  $\angle CXB$  bisektrišu krustpunkts atrodas uz taisnes  $BC$ .