



Dinsdag 9 april 2019

**Opgave 1.** Vind alle drietallen  $(a, b, c)$  van reële getallen zo dat  $ab + bc + ca = 1$  en

$$a^2b + c = b^2c + a = c^2a + b.$$

**Opgave 2.** Zij  $n$  een (strikt) positief geheel getal. Op een  $2n \times 2n$ -bord worden dominostenen neergelegd op zo'n manier dat elk vakje van het bord grenst aan precies één vakje dat bedekt wordt door een dominosteen. Bepaal voor elke  $n$  het grootste aantal dominostenen dat op deze manier op het bord gelegd kan worden.

(Een *dominosteen* is een  $2 \times 1$ - of  $1 \times 2$ -tegel. De dominostenen worden op het bord gelegd zodat elke dominosteen precies twee vakjes bedekt, en dominostenen overlappen elkaar niet. Twee vakjes *grenzen* aan elkaar als ze verschillend zijn en een zijde gemeen hebben.)

**Opgave 3.** Zij  $ABC$  een driehoek met  $\angle CAB > \angle ABC$ , en zij  $I$  het middelpunt van de ingeschreven cirkel van  $\triangle ABC$ . Zij  $D$  het punt op lijnstuk  $BC$  zo dat  $\angle CAD = \angle ABC$ . Zij  $\omega$  de cirkel door  $I$  die raakt aan  $AC$  in  $A$ . Zij  $X$  het tweede snijpunt van  $\omega$  en de omgeschreven cirkel van  $\triangle ABC$ . Bewijs dat de bissectrices van  $\angle DAB$  en  $\angle CXB$  snijden op  $BC$ .