Вівторок, 9 квітня, 2019

Задача 1. Знайдіть всі трійки дійсних чисел (a, b, c), що задовольняють умовам $ab+bc+ca=1$ та

$$a^2b+c=b^2c+a=c^2a+b.$$

Задача 2. Дано додатнє ціле число n. На дошці $2n \times 2n$ розташовано декілька фігурок доміно таким чином, що кожна клітинка дошки є сусідньою рівно до однієї клитинки, що покрита фігуркою доміно. Для кожного n знайдіть найбільшу кількість фігурок доміно, які можна так розташувати.

(*Фігуркою доміно* вважаємо прямокитники розміру 2×1 чи 1×2. Кожну фігурку доміно розташовуємо так, що вони покривають рівно дві клітинки дошки і жодні дві з них не накладалися одна на одну. Дві клітинки називаються *сусідніми*, якщо вони різні і мають спільну сторону.)

Задача 3. Нехай ABC такий трикутник, що $\angle CAB > \angle ABC$ з інцетром I. Нехай D точка на відрізку BC така, що $\angle CAD = \angle ABC$. Нехай ω є колом, що дотикається до AC в точці A і проходить через I. Нехай X є другою точкою перетину кола ω та описаного кола трикутника ABC. Доведіть, що бісектриси кутів $\angle DAB$ та $\angle CXB$ перетинаються в точці, що належить прямій BC.

Час: 4 години та 30 хвилин

Кожна задача оцінюється в 7 балів