

Martes, 9 de abril de 2019

**Problema 1.** Encuentre todas las ternas  $(a, b, c)$  de números reales tales que  $ab + bc + ca = 1$  y

$$a^2b + c = b^2c + a = c^2a + b.$$

**Problema 2.** Sea  $n$  un entero positivo. En un tablero de  $2n \times 2n$  casillas se colocan dominós de manera que cada casilla del tablero sea adyacente a exactamente una casilla cubierta por un dominó. Para cada  $n$ , determine la mayor cantidad de dominós que se pueden poner de esa manera.

*Nota:* Un dominó es una ficha de  $1 \times 2$  o de  $2 \times 1$  cuadrados unitarios. Los dominós son colocados en el tablero de manera que cada dominó cubre exactamente dos casillas del tablero y los dominós no se superponen (no se traslapan). Decimos que dos casillas son *adyacentes* si son diferentes y tienen un lado en común.

**Problema 3.** Sea  $ABC$  un triángulo tal que  $\angle CAB > \angle ABC$ , y sea  $I$  su incentro. Sea  $D$  el punto en el segmento  $BC$  tal que  $\angle CAD = \angle ABC$ . Sea  $\omega$  la circunferencia que pasa por  $I$  y es tangente a la recta  $AC$  en el punto  $A$ . Sea  $X$  el segundo punto de intersección de  $\omega$  con la circunferencia circunscrita de  $ABC$ . Muestre que las bisectrices de los ángulos  $\angle DAB$  y  $\angle CXB$  se intersecan en un punto de la recta  $BC$ .