

Tirsdag 9. april 2019

Oppgave 1. Finn alle tripler (a, b, c) av reelle tall slik at $ab + bc + ca = 1$ og

$$a^2b + c = b^2c + a = c^2a + b.$$

Oppgave 2. La n være et positivt heltall. Dominobrikker plasseres på et $2n \times 2n$ brett på en slik måte at hver rute er nabo til nøyaktig én rute som er dekket av en dominobrikke. For hver n , bestem det største antallet dominobrikker som kan plasseres på denne måten.

(En *dominobrikke* er en brikke på 2×1 eller 1×2 ruter. Dominobrikker plasseres på brettet slik at hver brikke dekker nøyaktig to ruter på brettet og slik at de ikke overlapper. To ruter er *naboer* hvis de er forskjellige og deler en kant.)

Oppgave 3. La ABC være en trekant med $\angle CAB > \angle ABC$ og med innsenter I . La D være punktet på linjestykket BC som tilfredsstiller $\angle CAD = \angle ABC$. La ω være sirkelen som tangerer AC i punktet A og som går gjennom punktet I . La X være det andre skjæringspunktet mellom ω og omsirkelen til ABC . Vis at vinkelhalveringslinjene til $\angle DAB$ og $\angle CXB$ møtes i et punkt på linjen BC .