

Вторник, 9 април 2019 година

1. Најди ги сите тројки од реални броеви (a, b, c) такви што $ab + bc + ca = 1$ и

$$a^2b + c = b^2c + a = c^2a + b.$$

2. Нека n е позитивен природен број. На шаховска табла со димензии $2n \times 2n$ се ставени домина, така што секое квадратче од таблата е соседно со точно едно квадратче што е покриено со домино. За секој број n , најди го најголемиот број на домина што може да се стават на таблата на овој начин.

(Домино е плочка со димензии 2×1 или 1×2 . Домината се ставени на таблата така што секое домино покрива точно две квадратчиња од таблата и две домина не може да се преклопат. Велиме дека две квадратчиња се соседни ако се различни и ако имаат заедничка страна.)

3. Нека ABC е триаголник таков што $\angle CAB > \angle ABC$ и нека I е центар на неговата впишана кружница. Нека D е точка од отсечката BC таква што $\angle CAD = \angle ABC$. Нека ω е кружница која ја допира AC во точката A и минува низ точката I . Нека X е втората точка во која се сечат кружницата ω и опишаната кружница на триаголникот ABC . Докажи дека симетралите на аглиите $\angle DAB$ и $\angle CXB$ се сечат во точка која лежи на правата BC .