

2019 m. balandžio 9 d., antradienis

1 uždavinys. Raskite visus tokius realiųjų skaičių trejetus (a, b, c) , kad $ab + bc + ca = 1$ ir

$$a^2b + c = b^2c + a = c^2a + b.$$

2 uždavinys. Nagrinėkime natūralųjį skaičių n ir kvadratinę lentą, padalytą į $2n \times 2n$ vienetinių langelių. Ant jos reikia taip išdėlioti domino kauliukus, kad kiekvienas lentos langelis turėtų lygiai vieną gretimą langelį, uždengtą kauliuko. Kiekvienam n nustatykite, kiek daugiausiai kauliukų galima panaudoti.

(*Domino kauliukas* yra 2×1 arba 1×2 matmenų stačiakampė plytelė. Kauliukai negali persidengti ir kiekvienas turi pilnai uždengti du langelius. Du langeliai yra *gretimi*, jei jie skirtingi ir turi bendrą kraštinę.)

3 uždavinys. Trikampio ABC , kuriame $\angle CAB > \angle ABC$, pusiaukampinės kertasi taške I . Atkarpoje BC pažymėtas toks taškas D , kad $\angle CAD = \angle ABC$. Apskritimas ω liečia tiesę AC taške A ir eina per I . Trikampio ABC apibrėžtinis apskritimas kerta ω taške $X \neq A$. Įrodykite, kad kampų DAB ir CXB pusiaukampinės kertasi tiesėje BC .