Language: **Hungarian**

Day: **1**

2019. április 9., kedd

1. Feladat Határozzuk meg az összes olyan (a, b, c) valós számhármast, amelyre $ab + bc + ca = 1$ és

$$a^2b + c = b^2c + a = c^2a + b.$$

2. Feladat Legyen n pozitív egész. Egy $2n \times 2n$-es táblára dominókat helyezünk le úgy, hogy a tábla minden mezője pontosan egy dominóval fedett mezővel szomszédos. Határozzuk meg minden n-re az ilyen módon lerakható dominók számának lehető legnagyobb értékét!

(A *dominó* egy 2×1-es vagy 1×2-es téglalap. A dominókat úgy helyezzük le a táblára, hogy minden dominó pontosan két mezőt foglaljon el a táblán, és ne legyenek átfedőek. Két mezőt *szomszédosnak* hívunk, ha különbözőek és van közös oldaluk.)

3. Feladat Legyen az ABC háromszögben $CAB\sphericalangle > ABC\sphericalangle$ és jelöljük I-vel a háromszög beírt körének középpontját. Legyen D a BC szakasz azon pontja, amelyre $CAD\sphericalangle = ABC\sphericalangle$. Jelöljük az I-n átmenő, AC-t A-ban érintő kört ω-val. Legyen az ω és az ABC háromszög körülírt körének A-tól különböző metszéspontja X. Bizonyítsd be, hogy a $DAB\sphericalangle$ és a $CXB\sphericalangle$ szögek szögfelezői a BC egyenesen metszik egymást.

Megoldási idő: 4 óra 30 perc.
Minden feladat 7 pontot ér.