

יום שלישי, 9 באפריל, 2019

שאלה 1. מצאי את כל השלשות (a, b, c) של מספרים ממשיים עבורם $ab + bc + ca = 1$ וכן

$$a^2b + c = b^2c + a = c^2a + b$$

שאלה 2. יהא n שלם חיובי. אבני דומינו ממוקמות על לוח משצבות בגודל $2n \times 2n$ כך שכל משבצת של הלוח סמוכה למשבצת אחת בדיוק אשר מכוסה על ידי דומינו. לכל n , מצאי את המספר הגדול ביותר של אבני דומינו אשר יכולות להיות ממוקמות בדרך זו.

(אבן דומינו הינה אריה מלבני בגודל 1×2 או 2×1 . אבני הדומינו מונחות על הלוח כך שכל אבן מכסה בדיוק שתי משבצות, והאבנים לא עולות אחת על השנייה. שתי משבצות נקראות סמוכות אם הן שונות וחולקות צלע משותפת.)

שאלה 3. יהא ABC משולש בו $\sphericalangle CAB > \sphericalangle ABC$, ויהא I מרכז המעגל החוסם שלו. נסמן ב- D את הנקודה על הקטע BC המקיימת $\sphericalangle CAD = \sphericalangle ABC$. יהא ω המעגל המשיק ל- AC בנקודה A ועובר דרך I . תהא X נקודת החיתוך השנייה של ω והמעגל החוסם של ABC . הוכיחי כי חוצי הזוויות של $\sphericalangle DAB$ ו- $\sphericalangle CXB$ נפגשים בנקודה על הישר BC .