Dienstag, 9. April 2019

Aufgabe 1. Bestimme alle Tripel (a, b, c) reeller Zahlen, sodass $ab + bc + ca = 1$ und

$$a^2b + c = b^2c + a = c^2a + b$$

gilt.

Aufgabe 2. Sei n eine positive ganze Zahl. Auf einem $2n \times 2n$ Brett werden Dominos platziert. Dabei ist jedes Feld des Brettes zu genau einem Feld benachbart, welches durch ein Domino überdeckt ist. Bestimme für jedes n die größtmögliche (grösstmögliche) Anzahl Dominos, welche auf diese Weise platziert werden können.

(Ein *Domino* ist ein 2×1 oder 1×2 Stein. Die Dominos werden überlappungsfrei so auf dem Brett platziert, dass jedes Domino genau zwei Felder des Brettes überdeckt. Zwei Felder sind *benachbart*, wenn sie verschieden sind und eine gemeinsame Seite haben.)

Aufgabe 3. Sei ABC ein Dreieck mit $\angle CAB > \angle ABC$ und Inkreismittelpunkt I. Sei D der Punkt auf der Strecke BC mit $\angle CAD = \angle ABC$. Sei ω der Kreis, welcher durch I verläuft und die Gerade AC in A berührt. Sei X der zweite Schnittpunkt von ω mit dem Umkreis von ABC. Zeige, dass sich die Winkelhalbierenden (Winkelsymmetralen) von $\angle DAB$ und $\angle CXB$ auf der Geraden BC schneiden.