

Dinsdag 9 april 2019

Opgave 1. Vind alle drietallen (a, b, c) van reële getallen zo dat $ab + bc + ca = 1$ en

$$a^2b + c = b^2c + a = c^2a + b.$$

Opgave 2. Zij n een (strikt) positief geheel getal. Op een $2n \times 2n$ -bord worden dominostenen neergelegd op zo'n manier dat elk vakje van het bord grenst aan precies één vakje dat bedekt wordt door een dominosteen. Bepaal voor elke n het grootste aantal dominostenen dat op deze manier op het bord gelegd kan worden.

(Een *dominosteen* is een 2×1 - of 1×2 -tegel. De dominostenen worden op het bord gelegd zodat elke dominosteen precies twee vakjes bedekt, en dominostenen overlappen elkaar niet. Twee vakjes *grenzen* aan elkaar als ze verschillend zijn en een zijde gemeen hebben.)

Opgave 3. Zij ABC een driehoek met $\angle CAB > \angle ABC$, en zij I het middelpunt van de ingeschreven cirkel van $\triangle ABC$. Zij D het punt op lijnstuk BC zo dat $\angle CAD = \angle ABC$. Zij ω de cirkel door I die raakt aan AC in A . Zij X het tweede snijpunt van ω en de omgeschreven cirkel van $\triangle ABC$. Bewijs dat de bissectrices van $\angle DAB$ en $\angle CXB$ snijden op BC .