

Tirsdag d. 9. april 2019

Opgave 1. Bestem alle tripler (a, b, c) af reelle tal så $ab + bc + ca = 1$ og

$$a^2b + c = b^2c + a = c^2a + b.$$

Opgave 2. Lad n være et positivt heltal. Dominobrikker er placeret på et $2n \times 2n$ bræt sådan at alle felter på brættet er nabo til præcis ét felt dækket af en dominobrik. Bestem for hvert n det største antal dominobrikker som kan placeres på denne måde.

(En *dominobrik* er en brik med form 2×1 eller 1×2 . Dominobrikker er placeret på brættet så hver dominobrik dækker præcis to af brættets felter, og så de ikke overlapper. To felter er naboer hvis de er forskellige og har en fælles side.)

Opgave 3. Lad ABC være en trekant hvor $\angle CAB > \angle ABC$, og lad I være centrum for dens indskrevne cirkel. Lad D være punktet på linjestykket BC så $\angle CAD = \angle ABC$. Lad ω være cirklen som tangerer AC i punktet A , og som går gennem I . Lad X være det andet skæringspunkt mellem ω og den omskrevne cirkel til trekant ABC . Vis at vinkelhalveringslinjerne til $\angle DAB$ og til $\angle CXB$ skærer hinanden i et punkt på linjen BC .