utorak, 9. april 2019.

Zadatak 1. Naći sve trojke realnih brojeva (a, b, c) takvih da je $ab + bc + ca = 1$ i vrijedi

$$a^2b + c = b^2c + a = c^2a + b.$$

Zadatak 2. Neka je n prirodan broj. Domine se postavljaju na tablu dimenzija $2n \times 2n$ tako da je svako polje table susjedno sa tačno jednim poljem koje je pokriveno dominom. Za svako n, naći najveći broj domina koje se mogu postaviti na ovaj način.

(*Domina* je figura veličine 2×1 ili 1×2. Domine se postavljaju na tablu na način da svaka domina pokriva tačno dva polja table i nikoje dvije domine se ne preklapaju. Za dva polja table kažemo da su *susjedna* ako su različita i ako imaju zajedničku stranicu.)

Zadatak 3. Neka je ABC trougao u kojem je $\angle CAB > \angle ABC$ i neka je I centar njegove upisane kružnice. Tačka D je na segmentu BC tako da je $\angle CAD = \angle ABC$. Neka je ω kružnica tangentna na AC u A i koja prolazi tačkom I. Označimo sa X drugu tačku presjeka kružnice ω i kružnice opisane oko trougla ABC. Dokazati da se simetrale uglova $\angle DAB$ i $\angle CXB$ sijeku na BC.

Vrijeme: 4 sata i 30 minuta

Svaki zadatak vrijedi 7 poena