Аўторак, 9 красавіка 2019 г.

Задача 1. Знайдзіце ўсе тройкі (a, b, c) рэчаісных лікаў такіх, што $ab + bc + ca = 1$ і

$$a^2b + c = b^2c + a = c^2a + b.$$

Задача 2. Няхай n — натуральны лік. Даміношкі ўкладзены на дошку $2n \times 2n$ такім чынам, што кожная клетка дошкі з'яўляецца суседняй роўна для адной клеткі, накрытай даміношкай. Для кожнага n знайдзіце найбольшую колькасць даміношак, якую можна ўкласці такім чынам.

(*Даміношка* — гэта плітка памерамі 2×1 ці 1×2. Даміношкі ўкладзены на дошку так, што кожная даміношка накрывае роўна дзве клеткі дошкі, і даміношкі не перакрываюцца. Дзве клеткі называюцца *суседнімі*, калі яны розныя і маюць агульны бок.)

Задача 3. Пункт I — цэнтр упісанай акружначцы трохвугольніка ABC, у якім $\angle CAB > \angle ABC$. Няхай D — такі пункт на адрэзку BC, што $\angle CAD = \angle ABC$. Акружнасць ω датыкаецца AC у пункце A і праходзіць праз пункт I. Апісаная акружнасць трохвугольніка ABC перасякаецца з акружнасцю ω другім разам у пункце X. Дакажыце, што бісектрысы вуглоў $\angle DAB$ і $\angle CXB$ перасякаюцца ў пукнце на прамой BC.

Працяг: 4 гадзіны 30 хвілін
Кожная задача каштуе 7 балаў