

Çərşənbə axşamı, 9 aprel 2019

Məsələ 1. Bütün (a, b, c) həqiqi ədədlər üçlülərini tapın ki, $ab + bc + ca = 1$ və

$$a^2b + c = b^2c + a = c^2a + b$$

olsun.

Məsələ 2. Tutaq ki, n müsbət tam ədəddir. Domino daşları $2n \times 2n$ ölçülü şahmat taxtasına elə düzülür ki, bu taxtanın hər bir xanasının domino daşı ilə örtülmüş ancaq və ancaq bir qonşu xanası olsun. Hər bir n ədədi üçün şahmat taxtasının üzərinə bu şərtlə ən çox neçə domino daşını düzmək mümkündür?

(Domino daşı, 2×1 və ya 1×2 ölçülü daşlara deyilir. Domino daşları şahmat taxtası üzərində elə düzülür ki, onların hər biri mütləq iki xananı tam örtmüş olsun və ixtiyari iki domino daşının hər biri eyni bir xananı örtmüş olmasınlar. Ortaq tərəfə malik olan xanalar qonşu xanalar adlanırlar).

Məsələ 3. $\angle CAB > \angle ABC$ olan ABC üçbucağının daxilinə mərkəzi I olan çevrə çəkilmişdir. BC parçasının üzərində D nöqtəsi elə götürülmüşdür ki, $\angle CAD = \angle ABC$. I nöqtəsindən keçən və AC tərəfinə A nöqtəsində toxunan çevrəni ω ilə işarə edək. ABC üçbucağının xaricinə çəkilmiş çevrə ilə ω çevrəsinin ikinci dəfə kəsişdiyi nöqtəni X ilə işarə edək. İsbat edin ki, $\angle DAB$ və $\angle CXB$ bucaqlarının tən bölgənləri BC düz xətti üzərində kəsişirlər.