

الثلاثاء 9 أبريل 2019.

السؤال الأول: أوجد كل الثلاثيات (a, b, c) من الأعداد الحقيقية التي تحقق $ab + bc + ca = 1$ وكذلك

$$a^2b + c = b^2c + a = c^2a + b$$

السؤال الثاني: لتكن n عدد صحيح موجب. وضعنا قطع دومينو على لوح $2n \times 2n$ بطريقة ما بحيث كل خلية في اللوح تجاور خلية واحدة فقط مغطاة بقطعة دومينو. لكل عدد n ، أوجد أكبر عدد ممكن من قطع الدومينو يمكن وضعها بحيث تحقق الطريقة الموضحة. (قطعة الدومينو هي بلاطة من النوع 1×2 أو 2×1 . يتم وضعها على اللوح بحيث تغطي خليتين متجاورتين ولا يوجد أي قطعتين فوق بعضهما (لا يوجد تقاطع)، نقول عن خليتين أنهما متجاورتان إذا كانا يشتركان في ضلع واحد فقط).

السؤال الثالث:

في المثلث ABC لدينا $\angle CAB > \angle ABC$. النقطة I هي مركز الدائرة الداخلية للمثلث ABC . النقطة D تقع على القطعة المستقيمة BC بحيث $\angle CAD = \angle ABC$. الدائرة ω تلمس المستقيم AC عند A وتلمس بالقطعة I . ولتكن النقطة X هي نقطة التقاطع الثانية بين الدائرة ω والدائرة المحيطة للمثلث ABC . أثبت أن منصفى الزاويتين $\angle DAB$ و $\angle CXB$ يتقاطعان في نقطة واحدة تقع على المستقيم BC .

اللغة: العربية

الوقت: 4 ساعات و نصف

لكل سؤال 7 درجات