



EGMO 2018
Florence | April 9th-15th

Language: Serbian (BIH)

Day: 2

Četvrtak, 12. April, 2018.

Problem 4. Pod *dominom* podrazumijevamo pločicu dimenzija 1×2 ili 2×1 .

Neka je $n (n \geq 3)$ prirodan broj. Na tabli dimenzija $n \times n$, postavljen je neki broj domina, tako da svaka domina pokriva tačno dva polja table i ne postoje dve domine koje se preklapaju. *Vrijednost* vrste ili kolone je broj domina koje pokrivaju bar jedno polje te vrste ili kolone. Konfiguraciju table zvaćemo *balansirana*, ako postoji prirodan broj k takav da svaka vrsta i svaka kolona ima vrijednost k . Dokazati da balansirana konfiguracija postoji za svaki prirodan broj $n (n \geq 3)$ i odrediti minimalan broj domina potrebnih za tu konfiguraciju.

Problem 5. Neka je Γ krug opisan oko trougla ABC . Krug Ω dodiruje duž AB i krug Γ u tački koja se nalazi sa one strane prave AB u kojoj je i tačka C . Simetrala ugla $\sphericalangle BCA$ siječe krug Ω u dvije različite tačke P i Q . Dokazati da je $\sphericalangle ABP = \sphericalangle QBC$.

Problem 6.

- Dokazati da za svaki realan broj t iz intervala $(0, \frac{1}{2})$ postoji prirodan broj n koji zadovoljava slijedeći uslov: za svaki skup S koji se sastoji od n prirodnih brojeva, postoje različiti brojevi $x, y \in S$ i nenegativan cijeli broj m za koji važi: $|x - my| \leq ty$.
- Da li je tačno da za svaki realan broj t iz intervala $(0, \frac{1}{2})$, postoji konačan skup prirodnih brojeva S takav da je $|x - my| > ty$, za sve parove različitih brojeva $x, y \in S$ i svaki prirodan broj m ?

Language: Serbian(BiH)

Vrijeme: 4 sata i 30 minuta
Svaki problem vrijedi 7 bodova