



EGMO 2018
Florence | April 9th-15th

Language: **Latvian**

Day: **2**

Ceturtdien, 2018. gada 12. aprīlī.

4. uzdevums. *Domino* ir spēļu kauliņš ar izmēriem 1×2 vai 2×1 kvadrātveida lauciņš. Dots naturāls skaitlis $n \geq 3$. Domino kauliņi ir uzlikti uz $n \times n$ lauciņu galdiņa tā, ka katrs *domino* pārklāj precīzi divus galdiņa lauciņus, un *domino* nepārklāj viens otru.

Rindas vai kolonnas *vērtība* ir tādu domino kauliņu skaits, kuriem vismaz viens lauciņš pārklāj vismaz vienu šīs kolonnas vai rindas lauciņu. Konfigurāciju sauc par *sabalansētu*, ja eksistē tāds naturāls skaitlis $k \geq 1$, ka katrai rindai un katrai kolonnai ir vērtība k .

Pierādīt, ka katram $n \geq 3$ eksistē *sabalansēta* konfigurācija. Katram n noteikt minimālo domino kauliņu skaitu, kas nepieciešams *sabalansētai* konfigurācijai.

5. uzdevums. Trijstūrim ABC apvilktā riņķa līnija Γ . Riņķa līnija Ω pieskaras nogriežnim AB , kā arī pieskaras riņķa līnijai Γ punktā, kurš atrodas no taisnes AB vienā pusē ar punktu C . Leņķa $\angle BCA$ bisektrise krusto riņķa līniju Ω divos dažādos punktos P un Q . Pierādīt, ka $\angle ABP = \angle QBC$.

6. uzdevums.

(a) Pierādīt, ka katram reālam skaitlim t , tādām, ka $0 < t < \frac{1}{2}$, var atrast naturālu skaitli n , kuram izpildās sekojošs nosacījums:

Katrā n naturālu skaitļu kopā S var atrast divus dažādus kopas S elementus x un y , un eksistē *nenegatīvs* vesels skaitlis m (t.i. $m \geq 0$), tāds, ka

$$|x - my| \leq ty.$$

(b) Noskaidrot, vai katram reālam skaitlim t tādām, ka $0 < t < \frac{1}{2}$, eksistē bezgalīga naturālu skaitļu kopa S , kurai katram dažādu kopas S elementu pārim x un y un katram *naturālam* skaitlim m (t.i. $m > 0$), izpildās nevienādība

$$|x - my| > ty.$$