ხუთშაბათი, 12 აპრილი, 2018

ამოცანა N1. დომინოს ქვა ვუწოდოთ 1×2 ან 2×1 ზომის ფილას.
ვთქვათ, $n \geq 3$ ნატურალური რიცხვია. დომინოს ქვები განლაგებულია $n \times n$ ზომის უჯრედებიან დაფაზე ისე , რომ ყოველი დომინოს ქვა იკავებს ზუსტად ორ უჯრას და დომინოს ქვები ერთმანეთის მცირე ნაწილსაც არ ფარავენ. სტრიქონის (სვეტის) *„სიდიდე"* დავარქვათ იმ რიცხვს, რომელიც უდრის დომინოს იმ ქვების რაოდენობას რომლებიც ამ სტრიქონის (სვეტის) ერთ უჯრას მაინც ფარავენ. დაფაზე დომინოების განლაგებას ვუწოდოთ დაბალანსებული, თუ არსებობს რამე ნატურალური $k \geq 1$ რიცხვი ისე ,რომ დაფის ყველა სტრიქონის და სვეტის *„სიდიდე"* იყოს k. დაამტკიცეთ, რომ ნებისმიერი ნატურალური $n \geq 3$ -თვის არსებობს დომინოების დაბალანსებული განლაგება და გაარკვიეთ დომინოების რა უმცირესი რაოდენობაა საკმარისი დაბალანსებული განლაგების მისაღებად.

ამოცანა N2. ABC სამკუთხედზე შემოხაზულია ω წრეწირი. W წრეწირი ეხება AB გვერდს და ω წრეწირს ისეთ წერტილში, რომ ეს წერტილი და C ძევს AB წრფის ერთ მხარეს. $\angle BCA$ კუთხის ბისექტრისა W წრეწირს კვეთს P და Q განსხვავებულ წერტილებზე . დაამტკიცეთ, რომ : $\angle ABP = \angle QBC$.

ამოცანა N 3.
(ა) დაამტკიცეთ, რომ ყოველი ნამდვილი $0 < t < \frac{1}{2}$ რიცხვისთვის , არსებობს დადებითი მთელი n რიცხვი რომელსაც აქვს შემდეგი თვისება: ნებისმიერ S სიმრავლეში , რომელიც შეიცავს n ცალ დადებით მთელ რიცხვს , მოიძებნება ორი განსხვავებული x და y ელემენტი და ისეთი არა უარყოფითი მთელი m რიცხვი, რომ შესრულდეს შემდეგი პირობა: $|x - my| \leq ty$
(ბ) განსაზღვრეთ, ყველა ნამდვილი $0 < t < \frac{1}{2}$ რიცხვისთვის არსებობს დადებითი მთელი რიცხვებისგან შედგენილი უსასრულო სიმრავლე S ისეთი, რომ უტოლობა $|x - my| > ty$ იყოს სამართლიანი, S სიმრავლის ნებისმიერი ორი განსხვავებული x და y ელემენტისთვის და ნებისმიერი დადებითი მთელი m რიცხვისთვის?

Language: Georgian

სამუშაო დრო: 4 სთ 30 წთ
თითოეული ამოცანა ფასდება 7 ქულით