



EGMO 2018  
Florence | April 9<sup>th</sup>-15<sup>th</sup>

Language: Arabic

Day: 2

الخميس 12 أبريل 2018.

السؤال الرابع:

قطعة دومينو على شكل بلاطة  $1 \times 2$  أو  $2 \times 1$ .

لتكن  $n \geq 3$  حيث  $n$  عدداً صحيحاً. وضعنا قطع الدومينو على لوحة  $n \times n$  بحيث كل قطعة تغطي بالضبط خليتين من اللوحة بدون تداخل للقطع. عرفنا "القيمة" للصف أو العمود بأنها عدد قطع الدومينو التي تغطي خلية واحدة على الأقل من الصف أو العمود. يُقال أن التبليط متوازن إذا وُجد عدد  $k \geq 1$  بحيث كل صف أو عمود له قيمة  $k$ .  
اثبت أنه يوجد تبليط متوازن لكل  $n \geq 3$ ، وأوجد أقل عدد من قطع الدومينو نحتاجه لمثل هذا التبليط.

السؤال الخامس:

لتكن  $\Gamma$  الدائرة المحيطة بالمثلث  $ABC$ . الدائرة  $\Omega$  مماسة للقطعة المستقيمة  $AB$  ومماسية أيضاً للدائرة  $\Gamma$  في نقطة تقع في نفس الجهة من المستقيم  $AB$  التي تقع بها  $C$ . منصف زاوية  $\angle BCA$  يقطع  $\Omega$  في نقطتين مختلفتين  $P, Q$ .  
اثبت أن  $\angle ABP = \angle QBC$ .

السؤال السادس:

(a) اثبت أن لكل عدد حقيقي  $t$  بحيث  $0 < t < \frac{1}{2}$  يوجد عدد صحيح موجب  $n$  له الخاصية التالية: لكل مجموعة  $S$  عناصرها أعداد صحيحة موجبة عددها  $n$  يوجد عنصران مختلفان  $x, y$  من  $S$  وعدد صحيح غير سالب  $m$  ( $m \geq 0$ ) بحيث

$$|x - my| \leq ty$$

(b) حدد ما إذا كان لكل عدد حقيقي  $t$  بحيث  $0 < t < \frac{1}{2}$  يوجد مجموعة غير منتهية  $S$  من الأعداد الصحيحة الموجبة بحيث

$$|x - my| > ty$$

لكل عنصرين مختلفين  $x, y$  من  $S$  وكل عدد صحيح موجب  $m$  ( $m > 0$ ).

اللغة: العربية

الوقت: 4 ساعات و نصف

لكل سؤال 7 درجات