Language: **Serbian (BIH)**

Day: **2**

Četvrtak, 12.April, 2018.

Problem 4. Pod $dominom$ podrazumijevamo pločicu dimenzija 1 x 2 ili 2 x 1.
Neka je $n(n \geq 3)$ prirodan broj. Na tabli dimenzija n x n, postavljen je neki broj domina, tako da svaka domina pokriva tačno dva polja table i ne postoje dve domine koje se preklapaju. $Vrijednost$ vrste ili kolone je broj domina koje pokrivaju bar jedno polje te vrste ili kolone. Konfiguraciju table zvaćemo $balansirana$, ako postoji prirodan broj k takav da svaka vrsta i svaka kolona ima vrijednost k. Dokazati da balansirana konfiguracija postoji za svaki prirodan broj $n(n \geq 3)$ i odrediti minimalan broj domina potrebnih za tu konfiguraciju.

Problem 5. Neka je Γ krug opisan oko trougla ABC. Krug Ω dodiruje duž AB i krug Γ u tački koja se nalazi sa one strane prave AB u kojoj je i tačka C. Simetrala ugla $\sphericalangle BCA$ siječe krug Ω u dvije različite tačke P i Q. Dokazati da je $\sphericalangle ABP = \sphericalangle QBC$.

Problem 6.

a) Dokazati da za svaki realan broj t iz intervala $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ postoji prirodan broj n koji zadovoljava slijedeći uslov: za svaki skup S koji se sastoji od n prirodnih brojeva, postoje različiti brojevi $x, y \in S$ i nenegativan cijeli broj m za koji važi: $|x - my| \leq ty$.

b) Da li je tačno da za svaki realan broj t iz intervala $\left(0, \frac{1}{2}\right)$, postoji konačan skup prirodnih brojeva S takav da je $|x - my| > ty$, za sve parove različitih brojeva $x, y \in S$ i svaki prirodan broj m?

Language: Serbian(BiH)

Vrijeme: 4 sata i 30 minuta
Svaki problem vrijedi 7 bodova