

ხუთშაბათი, 12 აპრილი, 2018

ამოცანა N1. დომინოს ქვა ვუწოდოთ 1×2 ან 2×1 ზომის ფილას.

ვთქვათ, $n \geq 3$ ნატურალური რიცხვია. დომინოს ქვები განლაგებულია $n \times n$ ზომის უჯრედებში დაფაზე ისე, რომ ყოველი დომინოს ქვა იკავებს ზუსტად ორ უჯრას და დომინოს ქვები ერთმანეთის მცირე ნაწილსაც არ ფარავენ. სტრიქონის (სვეტის) „სიდიდე“ დავარქვათ იმ რიცხვს, რომელიც უდრის დომინოს იმ ქვების რაოდენობას რომლებიც ამ სტრიქონის (სვეტის) ერთ უჯრას მაინც ფარავენ. დაფაზე დომინოების განლაგებას ვუწოდოთ დაბალანსებული, თუ არსებობს რამე ნატურალური $k \geq 1$ რიცხვი ისე, რომ დაფის ყველა სტრიქონის და სვეტის „სიდიდე“ იყოს k . დაამტკიცეთ, რომ ნებისმიერი ნატურალური $n \geq 3$ -თვის არსებობს დომინოების დაბალანსებული განლაგება და გაარკვიეთ დომინოების რა უმცირესი რაოდენობაა საკმარისი დაბალანსებული განლაგების მისაღებად.

ამოცანა N2. ABC სამკუთხედზე შემოხაზულია ω წრეწირი. W წრეწირი ეხება AB გვერდს და ω წრეწირს ისეთ წერტილში, რომ ეს წერტილი და C ძვეს AB წრფის ერთ მხარეს. $\angle BCA$ კუთხის ბისექტრისა W წრეწირს კვეთს P და Q განსხვავებულ წერტილებზე. დაამტკიცეთ, რომ :
 $\angle ABP = \angle QBC$.

ამოცანა N3.

(ა) დაამტკიცეთ, რომ ყოველი ნამდვილი $0 < t < \frac{1}{2}$ რიცხვისთვის, არსებობს დადებითი მთელი n რიცხვი რომელსაც აქვს შემდეგი თვისება: ნებისმიერ S სიმრავლეში, რომელიც შეიცავს n ცალ დადებით მთელ რიცხვს, მოიძებნება ორი განსხვავებული x და y ელემენტი და ისეთი არა უარყოფითი მთელი m რიცხვი, რომ შესრულდეს შემდეგი პირობა: $|x - my| \leq ty$

(ბ) განსაზღვრეთ, ყველა ნამდვილი $0 < t < \frac{1}{2}$ რიცხვისთვის არსებობს დადებითი მთელი რიცხვებისგან შედგენილი უსასრულო სიმრავლე S ისეთი, რომ უტოლობა $|x - my| > ty$ იყოს სამართლიანი, S სიმრავლის ნებისმიერი ორი განსხვავებული x და y ელემენტისთვის და ნებისმიერი დადებითი მთელი m რიცხვისთვის?

Language: Georgian

სამუშაო დრო: 4 სთ 30 წთ
თითოეული ამოცანა ფასდება 7 ქულით