

Četvrtak, 12. April, 2018.

**Problem 4.** Pod *dominom* podrazumijevamo pločicu dimenzija  $1 \times 2$  ili  $2 \times 1$ .

Neka je  $n (n \geq 3)$  prirodan broj. Na tabli dimenzija  $n \times n$ , postavljen je neki broj domina, tako da svaka domina pokriva tačno dva polja table i ne postoje dve domine koje se preklapaju. *Vrijednost* vrste ili kolone je broj domina koje pokrivaju bar jedno polje te vrste ili kolone. Konfiguraciju table zvaćemo *balansirana*, ako postoji prirodan broj  $k$  takav da svaka vrsta i svaka kolona ima vrijednost  $k$ . Dokazati da balansirana konfiguracija postoji za svaki prirodan broj  $n (n \geq 3)$  i odrediti minimalan broj domina potrebnih za tu konfiguraciju.

**Problem 5.** Neka je  $\Gamma$  krug opisan oko trougla  $ABC$ . Krug  $\Omega$  dodiruje duž  $AB$  i krug  $\Gamma$  u tački koja se nalazi sa one strane prave  $AB$  u kojoj je i tačka  $C$ . Simetrala ugla  $\sphericalangle BCA$  siječe krug  $\Omega$  u dvije različite tačke  $P$  i  $Q$ . Dokazati da je  $\sphericalangle ABP = \sphericalangle QBC$ .

**Problem 6.**

- a) Dokazati da za svaki realan broj  $t$  iz intervala  $\left(0, \frac{1}{2}\right)$  postoji prirodan broj  $n$  koji zadovoljava slijedeći uslov: za svaki skup  $S$  koji se sastoji od  $n$  prirodnih brojeva, postoje različiti brojevi  $x, y \in S$  i nenegativan cijeli broj  $m$  za koji važi:  $|x - my| \leq ty$ .
- b) Da li je tačno da za svaki realan broj  $t$  iz intervala  $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ , postoji konačan skup prirodnih brojeva  $S$  takav da je  $|x - my| > ty$ , za sve parove različitih brojeva  $x, y \in S$  i svaki prirodan broj  $m$ ?