

Cümə axşamı, 12 Aprel 2018

**Məsələ 4.**  $1 \times 2$  və ya  $2 \times 1$  ölçülü *domino* daşları verilmişdir.

$n \geq 3$  tam ədəd olsun. Bir neçə domino daşları  $n \times n$  ölçülü şahmat taxtasının üzərinə hər biri şahmat taxtasının tam iki xanasını örtəcək şəkildə düzülür. Bu düzülüşdə hər hansı bir xananı eyni anda iki fərqli domino daşı örtə bilməz.

Hər hansı bir sətir və ya sütunun ən azı bir xanasını örtən domino daşlarının ümumi sayı həmin sətir və ya sütunun *çəkisi* hesab edilir. Yerləşdirmə o zaman *balanslaşdırılmış* sayılır ki,  $k \geq 1$  tam ədədi üçün, hər bir sətir və sütunun *çəkisi*  $k$  olsun.

İsbat edin ki, istənilən  $n \geq 3$  üçün balanslaşdırılmış yerləşdirmə mövcud olacaqdır və bu yerləşdirməni həyata keçirmək üçün tələb olunan ən az sayda domino daşının sayını müəyyən edin.

**Məsələ 5.**  $ABC$  üçbucağının xaricinə çəkilmiş çevrəni  $\Gamma$  ilə işarə edək.  $\Omega$  çevrəsi  $AB$  parçasına toxunur və eyni zamanda  $AB$  düz xəttinə nisbətən  $C$  nöqtəsi ilə eyni tərəfdə yerləşən hər hansı bir nöqtədə  $\Gamma$  çevrəsinə toxunur.  $\angle BCA$  bucağının tənböləni  $\Omega$  çevrəsini iki fərqli  $P$  və  $Q$  nöqtələrində kəsir.

İsbat edin ki,  $\angle ABP = \angle QBC$ .

**Məsələ 6.**

- (a) İsbat edin ki,  $0 < t < \frac{1}{2}$  olan istənilən həqiqi  $t$  ədədi üçün aşağıdakı şərtləri ödəyən müsbət tam  $n$  ədədi mövcuddur:  $n$  sayda müsbət tam ədədlərdən ibarət olan istənilən  $S$  çoxluğu üçün  $S$ -dən olan elə iki fərqli  $x$  və  $y$  elementi və eyni zamanda mənfə olmayan tam  $m$  ( $m \geq 0$ ) ədədi üçün

$$|x - my| \leq ty.$$

- (b) Doğrudurmu ki,  $0 < t < \frac{1}{2}$  olmaqla istənilən həqiqi  $t$  ədədi üçün  $S$  çoxluğundan olan bir-birindən fərqli  $x, y$  elementləri cütü və müsbət tam  $m$  ( $m > 0$ ) ədədi üçün

$$|x - my| > ty$$

şərtini ödəyən sonsuz sayda müsbət tam ədədlərdən ibarət  $S$  çoxluğu vardır.

Language: Azerbaijan

İmtahana ayrılan vaxt: 4 saat 30 dəqiqə  
Hər sual 7 bal ilə qiymətləndirilir