

E enjte, 12 Prill, 2018

Problem 4. Një *domino* është një pllakë në formë drejtkëndëshe me përmasa 1×2 ose 2×1 .

Le të jetë $n \geq 3$ një numër i plotë. Dominotë vendosen në një dërrasë në formë katrore me përmasa $n \times n$ në mënyrë të tillë që çdo domino mbulon ekzaktësisht dy kuti njësi të dërrasës, në të cilën dominotë nuk mbivendosen.

Vlera e një rreshti ose një shtylle është numri i dominove që mbulojnë të paktën një kuti njësi të këtij rreshti ose shtylle. Konfigurimi quhet *i ekuilibruar* në qoftë se gjendet një $k \geq 1$ e tillë që çdo rresht dhe çdo shtyllë e ka vlerën k .

Trego që një konfigurim i ekuilibruar gjendet për çdo $n \geq 3$, dhe në vijim gjej numrin më të vogël të mundshëm të dominove që nevojiten për një konfigurim të tillë.

Problem 5. Le të jetë Γ rrethi i jashtëshkruar trekëndëshit ABC . Një rreth Ω është tangjent me segment drejtëzën AB si dhe është tangjent me rrethin Γ në një pikë e cila ndodhet në të njëjtën anë të drejtëzës AB që ndodhet edhe pika C . Përgjysmorja e $\angle BCA$ pret rrethin Ω në dy pika të ndryshme P dhe Q .

Trego që $\angle ABP = \angle QBC$.

Problem 6.

(a) Vërteto që për çdo numër real t të tillë që $0 < t < \frac{1}{2}$ gjendet një numër i plotë pozitiv n me vetinë e mëposhtme: për çdo bashkësi S që përbëhet nga n numra të plotë pozitivë gjenden dy elementë të ndryshëm x dhe y nga S , dhe një numër i plotë *jo-negativ* m (pra $m \geq 0$), të tillë që

$$|x - my| \leq ty.$$

(b) Kontrolllo nëse për çdo numër real t të tillë që $0 < t < \frac{1}{2}$ gjendet një bashkësi e pafundme numrash të plotë pozitivë S e tillë që

$$|x - my| > ty$$

për çdo çift elementësh të ndryshëm x dhe y nga S dhe çdo numër të plotë *pozitiv* m (pra $m > 0$).