



ოთხშაბათი, 11 აპრილი, 2018

ამოცანა N1. ABC სამკუთხედში $CA = CB$ და $\angle ACB = 120^\circ$. M არის AB გვერდის შუაწერტილი. აარჩიეს ნებისმიერი P წერტილი, რომელიც მდებარეობს ABC სამკუთხედზე შემოხაზულ წრეწირზე, ხოლო Q წერტილი CP მონაკვეთზე ისე, რომ $QP = 2QC$. წრფე, რომელიც გადის P წერტილზე და მართობულია AB წრფის, კვეთს MQ წრფეს N წერტილზე. დაამტკიცეთ, რომ არსებობს ფიქსირებული წრეწირი რომელზეც აუცილებლად მდებარეობს წერტილი N იმის მიუხედავად თუ რომელ P წერტილს აარჩევდნენ თავდაპირველად.

ამოცანა N2. მოცემულია, რიცხვითი სიმრავლე $A = \left\{1 + \frac{1}{k} : k = 1, 2, 3 \dots\right\}$

- ა) დაამტკიცეთ, რომ ნებისმიერი მთელი $x \geq 2$ რიცხვი შეიძლება ჩაიწეროს როგორც A სიმრავლის ერთი ან რამდენიმე, არა აუცილებლად განსხვავებული წევრის ნამრავლი.
 ბ) ნებისმიერი მთელი $x \geq 2$ რიცხვისთვის, $f(x)$ აღნიშნავდეს იმ უმცირეს ნატურალურ რიცხვს, ისე რომ x რიცხვის წარმოდგენა შეიძლებოდეს როგორც A სიმრავლის $f(x)$ ცალი, არა აუცილებლად განსხვავებული ელემენტის ნამრავლი.
 დაამტკიცეთ, რომ არსებობს მთელ რიცხვთა უამრავი $(x; y)$ წყვილი, ისე რომ $x \geq 2$; $y \geq 2$ და სამართლიანია შემდეგი უტოლობა : $f(xy) < f(x) + f(y)$.
 შენიშვნა: წყვილები, $(x_1; y_1)$ და $(x_2; y_2)$ განსხვავებულია თუ $x_1 \neq x_2$ ან $y_1 \neq y_2$.

ამოცანა N3. $EGMO$ ოლიმპიადის n ცალი მონაწილის სახელებია C_1, \dots, C_n . ოლიმპიადის შემდეგ ისინი ერთ რიგად განლაგდნენ რესტორნის შესასვლელთან, ისე რომ:

- ჟიური ირჩევს რიგში მათი განლაგების თანმიმდევრობას.
 - ყოველ ერთ წუთში, ჟიური ირჩევს მთელ i , რიცხვს ისე რომ $1 \leq i \leq n$. ამასთან:
 - თუ, რიგში C_i მონაწილის წინ სულ მცირე i ცალი მონაწილე აღმოჩნდა მაშინ იგი ჟიურის უხდის ერთ ევროს და რიგში ზუსტად i ადგილით წინ ინაცვლებს.
 - თუ, რიგში C_i მონაწილის წინ i -ზე ნაკლები მონაწილე აღმოჩნდა, მაშინ რესტორანი იღება და ეს პროცესი სრულდება.
- ა) დაამტკიცეთ, რომ ნებისმიერ შემთხვევაში პროცესი აუცილებლად დასრულდება.
 ბ) ყოველი n -თვის განსაზღვრეთ, რა მაქსიმალური რაოდენობის ევრო შეუძლია შეაგროვოს ჟიურმა, თუ ცნობილია, რომ მას უფლება აქვს მისთვის მოხერხებულად აარჩიოს მონაწილეთა საწყისი განლაგება და რიცხვიც ყოველ ახალ ეტაპზე.

Language: **Georgian**

სამუშაო დრო: 4 სთ 30 წთ
თითოეული ამოცანა ფასდება 7 ქულით