

E mërkurë, 11 Prill, 2018

Problem 1. Në një trekëndësh ABC , ku $CA = CB$ dhe $\angle ACB = 120^\circ$, pika M është mesi i AB . Le të jetë pika P një pikë e lëvizshme në rrethin e jashtëshkruar trekëndëshit ABC , dhe pika Q merret në segment drejtëzën CP e tillë që $QP = 2QC$. Dihet që drejtëza që kalon në pikën P dhe është pingule me AB pret drejtëzën MQ në një pikë të vetme N .

Vërteto që gjendet një rreth i palëvizshëm i tillë që pika N ndodhet në këtë rreth për çdo vendodhje të mundshme të pikës P .

Problem 2. Jepet bashkësia

$$A = \left\{ 1 + \frac{1}{k} : k = 1, 2, 3, \dots \right\}.$$

- (a) Trego që çdo numër i plotë $x \geq 2$ mund të shprehet si prodhim i një ose më shumë elementëve nga bashkësia A , të cilët nuk janë domosdoshmërisht të ndryshëm.
- (b) Për çdo numër të plotë $x \geq 2$, shënohet me $f(x)$ numri i plotë më i vogël i tillë që x mund të shprehet si prodhim i $f(x)$ elementëve nga A , të cilët nuk janë domosdoshmërisht të ndryshëm.

Trego që gjendet një numër i pafundëm çiftesh numrash të plotë (x, y) të tillë që $x \geq 2$, $y \geq 2$, dhe

$$f(xy) < f(x) + f(y).$$

(çiftet (x_1, y_1) dhe (x_2, y_2) konsiderohen të ndryshëm kur $x_1 \neq x_2$ ose $y_1 \neq y_2$).

Problem 3. n garuese në një EGMO emërtohen si C_1, \dots, C_n . Në përfundim të garës ato vendosen në radhë në hyrje të restorantit duke respektuar rregullat e mëposhtme.

- Renditja fillestare e garueseve në radhë përcaktohet nga Juria.
- Çdo minutë, Juria zgjedh një numër të plotë i ku $1 \leq i \leq n$.
 - Në qoftë se garuesja C_i ka të paktën i garuese të tjera para saj në radhë, ajo paguan Jurinë një euro dhe lëviz përpara në radhë ekzaktësisht me i pozicione.
 - Në qoftë se garuesja C_i ka më pak se i garuese para saj në radhë, restoranti hapet dhe në këtë mënyrë procesi përfundon.

- (a) Trego që procesi nuk mund të vazhdojë pafundësisht, pavarësisht zgjedhjes që bën Juria.
- (b) Përcakto për çdo n numrin maksimal të eurove që mund të grumbullojë Juria për çdo zgjedhje fillestare të bërë mjeshtërisht dhe për çdo varg lëvizjesh të mundshme.