



Pazar, 9 Nisan, 2017

Soru 4. $n \geq 1$ bir tam sayı ve $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ pozitif tam sayılar olsun. $t_n + 1$ kişiden oluşan bir grupta, bazı kişiler kendi aralarında satranç oynuyorlar. Herhangi iki kişi kendi aralarında en fazla bir oyun oynayabiliyor. Aşağıdaki iki koşulun aynı anda sağlanabileceğini gösteriniz:

- (i) Her kişinin oynadığı oyun sayısı t_1, t_2, \dots, t_n sayılarından birine eşittir.
- (ii) $1 \leq i \leq n$ olmak üzere her i için tam olarak t_i kez satranç oynayan en az bir kişi vardır.

Soru 5. $n \geq 2$ bir tam sayı olsun. Hepsi birbirinden farklı olma zorunda olmayan pozitif tam sayılardan oluşan (a_1, a_2, \dots, a_n) n -lisi bir pozitif tam k sayısı için

$$(a_1 + a_2)(a_2 + a_3) \cdots (a_{n-1} + a_n)(a_n + a_1) = 2^{2k-1}.$$

koşulunu sağlıyorsa bu n -liye *pahalı* diyelim.

- a) Hangi $n \geq 2$ değerleri için bir pahalı n -li bulunuyor?
- b) Her pozitif tam tek m sayısı için elemanlarından biri m olan bir pahalı n -li ($n \geq 2$) bulunduğunu gösteriniz.

Not: *Çarpım ifadesinin sol tarafında tam olarak n tane çarpan bulunuyor.*

Soru 6. ABC herhangi iki kenarının uzunluğu birbirinden farklı olan dar açılı bir üçgen olsun. ABC nin ağırlık merkezi G nin ve çevrel çemberinin merkezi O nun BC, CA, AB kenarlarına göre simetrisi sırasıyla G_1, G_2, G_3 ve O_1, O_2, O_3 olsun. $G_1G_2C, G_1G_3B, G_2G_3A, O_1O_2C, O_1O_3B, O_2O_3A$ ve ABC üçgenlerinin çevrel çemberlerinin bir ortak noktası bulunduğunu gösteriniz.

Not: *Üçgenin ağırlık merkezi kenarortaylarının kesişim noktasıdır. Kenarortay köşeyi karşı taraftaki kenarın orta noktası ile birleştiren doğrudur.*