EGMO
2017
Zürich

Language: **Azerbaijani**

Day: 2

Bazar, 9 aprel 2017

Məsələ 4. Tutaq ki, $n \geq 1$ tam ədədi və $t_1 < t_2 < \ldots < t_n$ müsbət tam ədədləri verilmişdir. $t_n + 1$ sayda insandan ibarət olan qrupda bəziləri biri-birilə şahmat oyununu oynayırlar. İxtiyari iki nəfər öz aralarında ən çoxu bir dəfə oyun keçirə bilər. İsbat edin ki, elə hal ola bilər ki, aşağıdakı iki şərt eyni anda ödənilsin:

(i) Hər bir şəxsin oynadığı oyunların sayı $t_1, t_2, \ldots, t_n$ - dən birinə bərabərdir.

(ii) $1 \leq i \leq n$ kimi təyin olunan istənilən i üçün bu qrupda elə birini tapmaq mümkündür ki, o tam t_i sayda oyun oynamış olsun.

Məsələ 5. Tutaq ki, $n \geq 2$ tam ədəddir. Hamısı biri-birindən fərqli olmaları vacib olmayan ardıcıl düzülmüş müsbət tam $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ ***n**-lisi* müsbət tam ***k*** ədədi üçün

$$(a_1 + a_2)(a_2 + a_3) \cdot \cdots \cdot (a_{n-1} + a_n)(a_n + a_1) = 2^{2k-1}$$

şərtini ödəyirsə onda bu ***n**-liyə bahalı **n**-li* deyilir.

a) Bütün elə $n \geq 2$ ədədlərini tapın ki, onlar üçün *bahalı **n**-li* mövcud olsun.

b) İsbat edin ki, hər bir tək müsbət tam ***m*** ədədi üçün elə $n \geq 2$ müsbət tam ədədi vardır ki, ***m*** ədədi hər hansı *bahalı n-li* yə daxil olsun.

Məsələ 6. Tərəflərinin uzunluqları fərqli olan itibucaqlı ABC üçbucağı verilmişdir. G – ağırlıq mərkəzinin və ABC üçbucağının xaricinə çəkilmiş çevərinin mərkəzi olan O nöqtəsinin üçbucağın BC, CA və AB tərəflərinə nisbətən simmetrik olan nöqtələrini uyğun olaraq G_1, G_2, G_3 və O_1, O_2, O_3 ilə işarə edək. İsbat edin ki, G_1G_2C, G_1G_3B, G_2G_3A, O_1O_2C, O_1O_3B, O_2O_3A və ABC üçbucaqlarının xaricinə çəkilmiş çevrələr bir nöqtədə kəsişirlər.

Üçbucağın medianlarının kəsişmə nöqtəsinə - onun ağırlıq mərkəzi deyilir.

Language: Azerbaijanian

İmtahana ayrılan vaxt: 4 saat 30 dəqiqə.
Hər sual 7 bal dəyərindədir.