



Cumartesi, 8 Nisan, 2017

Soru 1. Bir $ABCD$ dışbükey dörtgeninde $\angle DAB = \angle BCD = 90^\circ$ ve $\angle ABC > \angle CDA$ olsun. Q ve R noktaları sırasıyla $[BC]$ ve $[CD]$ doğru parçaları üstünde olmak üzere, QR doğrusu AB ve AD doğrularını sırasıyla P ve S noktalarında kesiyor. $|PQ| = |RS|$ olduğu verilmiştir. $[BD]$ nin orta noktası M ve $[QR]$ nin orta noktası N olsun. M , N , A ve C noktalarının çemberdeş (aynı çember üzerinde) olduğunu gösteriniz.

Soru 2. k pozitif tam sayısının hangi en küçük değerinde $\mathbb{Z}_{>0}$ pozitif tam sayılar kümesinin k renge boyanması ve aşağıdaki iki koşulu sağlayan bir $f : \mathbb{Z}_{>0} \rightarrow \mathbb{Z}_{>0}$ fonksiyonunun bulunması mümkündür?

(i) aynı renge boyanmış tüm m, n pozitif tam sayıları için $f(m + n) = f(m) + f(n)$.

(ii) $f(m + n) \neq f(m) + f(n)$ koşulunu sağlayan m, n pozitif tam sayıları vardır.

Not: $\mathbb{Z}_{>0}$ nin k renge boyanmasında her pozitif tam sayı k renkten tam olarak birine boyanıyor. (i) ve (ii) koşullarındaki m, n pozitif tam sayıları farklı olma zorunda değildir.

Soru 3. Düzlem üzerinde herhangi üçü aynı noktadan geçmeyen 2017 doğru vardır. Başlangıçta tam olarak bir doğru üstünde bulunan salyangoz aşağıdaki kurallarla doğrular üzerinde hareket ediyor. Salyangoz her zaman doğruların kesişim noktalarından herhangi birine vardıkta sola veya sağa dönüyor. Salyangoz her defa bir sonraki kesişim noktasına vardıkta son dönüşünü sola yaptıysa sağa ve son dönüşünü sağa yaptıysa sola dönüyor. Salyangoz hareket yönünü sadece kesişim noktalarında değiştiriyor. Salyangozun üzerinde her iki yönde hareket ettiği bir doğru parçası bulunabilir mi?