



Sestdien, 2017.gada 8.aprīlī

Uzdevums. 1. Izliktā četrstūrī $ABCD$ leņķi $\angle DAB = \angle BCD = 90^\circ$, un $\angle ABC > \angle CDA$. Punkti Q un R atzīmēti attiecīgi uz nogriežņiem BC un CD tā, ka taisne, kas satur QR , krusto taisnes caur AB un AD attiecīgi punktos P un S , un $PQ = RS$. Apzīmēsim nogriežņu BD un QR viduspunktus attiecīgi ar M un N . Pierādīt, ka punkti M , N , A un C atrodas uz vienas riņķa līnijas.

Uzdevums. 2. Atrast mazāko naturālo skaitli k , kuram eksistē visu naturālo skaitļu \mathbb{N} krāsojums k krāsās, un eksistē funkcija $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ar sekojošām divām īpašībām:

- (i) Jebkuriem vienā krāsā nokrāsotiem naturāliem skaitļiem m, n , izpildās $f(m+n) = f(m) + f(n)$.
- (ii) Eksistē naturāli skaitļi m, n tādi, ka $f(m+n) \neq f(m) + f(n)$.

Uzdevumā minētajā skaitļu krāsojumā katrs naturāls skaitlis ir nokrāsots tieši vienā no k dotajām krāsām. Abos nosacījumos (i) un (ii) naturālie skaitļi m, n var arī nebūt dažādi.

Uzdevums. 3. Plaknē dotas 2017 taisnes, tādas, ka nekādas trīs no tām nekrustojas vienā punktā. Gliemezis Turbo atrodas uz precīzi vienas no taisnēm un sāk kustēties gar taisni sekojošā veidā: viņš kustas gar doto taisni līdz taisņu krustpunktam. Krustpunktā viņš pagriežas pa labi vai pa kreisi, katru reizi (sākot ar otro) mainot pagrieziena virzienu salīdzinot ar iepriekšējo. Kustības virzienu viņš maina tikai taisņu krustpunktos. Vai iespējams, ka Turbo sava ceļojuma laikā pa kādu taisnes nogiežni iet atkārtoti, bet pretējā vīzienā nekā gāja pirmajā reizē?