



Сенбі, 8 сәуір 2017ж.

Есеп 1. $\angle DAB = \angle BCD = 90^\circ$ және $\angle ABC > \angle CDA$ болатындай дөңес $ABCD$ төртбұрышы берілген. Бір түзу BC мен CD кесінділерді сәйкесінше Q мен R нүктелерінде қияды, және сол түзу AB мен AD түзулерді сәйкесінше P мен S нүктелерінде қияды. $PQ = RS$ екені белгілі. M нүктесі BD кесіндінің ортасы болсын, ал N нүктесі QR кесіндінің ортасы болсын. M , N , A және C нүктелері бір шеңбердің бойында жататынын дәлелдеңіз.

Есеп 2. Натурал k саны үшін келесі екі шартты қанағаттандыратын:

- (i) $f(m+n) = f(m) + f(n)$ теңдігі кез келген бір түсті натурал m, n сандары үшін орындалады;
- (ii) $f(m+n) \neq f(m) + f(n)$ теңсіздігі орындалатындай m, n натурал сандары табылады;

натурал сандарының \mathbb{N} жиыны k түске бояуы және $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ функциясы табылады. k санның ең кіші мәнін табыңыз.

Натурал сандары \mathbb{N} жиынының k түске бояғанда әр сан k түстен тек бір түске боялған. (i) және (ii) шарттарда m, n натурал сандары тең болуы да мүмкін.

Есеп 3. Кез келген үш түзу бір нүктеде қиылыспайтындай жазықтықта 2017 түзу берілген. Турбо ұлуы бір түзудің нүктесінде отыр және келесі ережелерді қанағаттандырып түзулердің бойымен жылжыйды: түзу бойымен жүрісі келесі қиылысу нүктесіне дейін ғана болады. Қиылысу нүктесінде ол жүрісін келесі түзудің бойымен жалғастырады, бұраулары сол және оң жаққа кезектесіп отырады. Бағытын ол тек түзулер қиылысу нүктелерінде ғана өзгерте алады. Осы сапарында бір кесіндінің бойымен ұлы екі бағытта жүруі мүмкін бе?