EGMO 2017 Zürich

Language: **Azerbaijani**

Day: **1**

Şənbə, 8 aprel 2017

Məsələ 1. Qabarıq $ABCD$ dördbucaqlısında $\angle DAB = \angle BCD = 90^\circ$ və $\angle ABC > \angle CDA$ olduğu məlumdur. BC və CD parçaları üzərində uyğun olaraq Q və R nöqtələri elə götürülmüşdür ki, QR düz xətti AB və AD düz xətlərini uyğun olaraq P və S nöqtələrində kəsir. Məlumdur ki, $PQ=RS$. BD parçasının orta nöqtəsini M, QR parçasının orta nöqtəsini isə N ilə işarə edək. İsbat edin ki, M, N, A və C nöqtələri eyni çevrə üzərində yerləşirlər.

Məsələ 2. Elə ən kiçik $\boldsymbol{k}$ müsbət tam ədədini tapın ki, onun üçün: $Z_{>0}$ müsbət ədədlər çoxluğunun $\boldsymbol{k}$ sayda rəngə boyanması və aşağıdakı iki şərti ödəyən $f : Z_{>0} \to Z_{>0}$ funksiyası mövcud olsun:

(i) Eyni rəngə boyanmış bütün müsbət tam $\boldsymbol{m}$ və $\boldsymbol{n}$ ədədləri üçün $f(m+n) = f(m) + f(n)$.

(ii) Elə müsbət tam $\boldsymbol{m}$ və $\boldsymbol{n}$ ədədləri vardır ki, $f(m+n) \neq f(m) + f(n)$.

*$Z_{>0}$ çoxluğnunun **k** sayda rəng ilə boyanmasında, hər bir tam ədəd mütləq **k** sayda rəngdən birinə boyanır. Hər iki (i) və (ii) halda **m** və **n** müsbət tam ədədlərinin fərqli olması vacib deyil.*

Məsələ 3. Müstəvi üzərində ixtiyari üçü bir nöqtədə kəsişməyən 2017 sayda düz xətt verilmişdir. Əvvəlcə düz xətlərdən birinin üzərində əyləşən Turbo adlı ilbiz həmin düz xətt boyunca kəsişmə nöqtəsinə qədər hərəkət etməyə başlayır. Kəsişmə nöqtəsində ilbiz sağa və ya sola dönərək digər düz xətt üzərində hərəkətinə davam edir. İlbiz hər dəfə növbə ilə bir əvvəlki kəsişmə nöqtəsində döndüyü istiqamətin əksinə dönür (sola dönmüşdürsə növbətisində sağa, sağa dönmüşdürsə növbətisində sola). İlbiz hərəkət istiqamətini sadəcə kəsişmə nöqtələrində dəyişir. Səyahət boyunca ilbizin ixtiyari parça üzərində hər iki istiqamətdə hərəkət etməsi mümkündürmü?

Language: Azerbaijanian

İmtahana ayrılan vaxt: 4 saat 30 dəqiqə.
Hər sual 7 bal dəyərindədir.