



السؤال الأول:

ليكن  $ABCD$  رباعي محدب فيه  $\angle DAB = \angle BCD = 90^\circ$  و  $\angle ABC > \angle CDA$ . لتكن  $Q$  و  $R$  نقطتين على القطعتين المستقيمتين  $BC$  و  $CD$  على التوالي، بحيث المستقيم  $QR$  يقطع المستقيمين  $AB$  و  $AD$  في النقطتين  $P$  و  $S$  على التوالي. معطى أن  $PQ = RS$ . لتكن  $M$  منتصف  $BD$  و  $N$  منتصف  $QR$ . أثبت أن النقاط  $M, N, A, C$  تقع على دائرة واحدة.

السؤال الثاني:

أوجد أصغر عدد صحيح موجب  $k$  بحيث يوجد تلوين للأعداد الصحيحة الموجبة  $\mathbb{Z}_{>0}$  باستخدام  $k$  لون، و الدالة:

$$f : \mathbb{Z}_{>0} \rightarrow \mathbb{Z}_{>0}$$

لها الخواص التالية:

- (i) لكل  $m, n$  الصحيحة الموجبة التي لها نفس اللون، فإن  $f(m+n) = f(m) + f(n)$ .
- (ii) يوجد  $m, n$  صحيحة موجبة بحيث  $f(m+n) \neq f(m) + f(n)$ .
- أثناء تلوين الأعداد الصحيحة الموجبة باستخدام  $k$  لون، كل عدد صحيح له لون واحد فقط من  $k$  لون. في كل من (i) و (ii) العددين الصحيحين الموجبين  $m, n$  ليسا بالضرورة مختلفين.

السؤال الثالث:

يوجد 2017 مستقيم في المستوى بحيث لا يتقاطع ثلاثة منهم في نقطة واحدة. يقف الحلزون " تيربو " بالضبط على نقطة في أحد المستقيمتين وبدأ بالترحلق على المستقيمتين بالطريقة التالية: يبدأ الحركة على المستقيم المعطى حتى يصل لنقطة تقاطع مستقيمين. عند التقاطع، يتابع رحلته على المستقيم الآخر وذلك بأن يتجه عليه يمينا أو يساراً، وعليه أن يغير اختياره للاتجاه يمينا و يساراً عند كل نقطة تقاطع على التتابع. لا يمكن للحلزون أن يغير اتجاهاته إلا عند نقاط التقاطع. هل من الممكن أن توجد قطعة مستقيمة يمر بها في اتجاهين مختلفين خلال رحلته؟

Language: ARABIC

زمن الاختبار 4 ساعات ونص

كل سؤال 7 درجات