



Language: **Spanish**

Day: **2**

Miércoles, 13 de abril de 2016

Problema 4. Dos circunferencias ω_1 y ω_2 del mismo radio se intersecan en dos puntos distintos X_1 y X_2 . Se considera una circunferencia ω tangente exteriormente a ω_1 en un punto T_1 , y tangente interiormente a ω_2 en un punto T_2 . Demostrar que las rectas X_1T_1 y X_2T_2 se intersecan en un punto que pertenece a ω .

Problema 5. Sean k y n enteros tales que $k \geq 2$ y $k \leq n \leq 2k - 1$. Se ponen piezas rectangulares, cada una de tamaño $1 \times k$ ó $k \times 1$, en un tablero de $n \times n$ casillas cuadradas, de forma que cada pieza cubra exactamente k casillas del tablero y que no haya dos piezas superpuestas. Se hace esto hasta que no se puedan colocar más piezas. Para cada n y k que cumplen las condiciones anteriores, determinar el mínimo número de piezas que puede contener dicho tablero.

Problema 6. Sea S el conjunto de todos los enteros positivos n tales que n^4 tiene un divisor en el conjunto $\{n^2 + 1, n^2 + 2, \dots, n^2 + 2n\}$. Demostrar que hay infinitos elementos en S de cada una de las formas $7m$, $7m + 1$, $7m + 2$, $7m + 5$ y $7m + 6$, pero S no contiene elementos de la forma $7m + 3$ y $7m + 4$, siendo m un entero.