



Language: **Lithuanian**

Day: **2**

2016 m. balandžio 13 d., trečiadienis

4 uždavinys. Du apskritimai ω_1 ir ω_2 , kurių spinduliai lygūs, kertasi skirtinguose taškuose X_1 ir X_2 . Nagrinėkime apskritimą ω , liečiantį ω_1 iš išorės taške T_1 , o apskritimą ω_2 iš vidaus taške T_2 . Įrodykite, kad tiesių X_1T_1 ir X_2T_2 sankirta priklauso apskritimui ω .

5 uždavinys. Natūralieji skaičiai k ir n tenkina nelygybes $k \geq 2$ and $k \leq n \leq 2k - 1$. Kvadratinė lenta, sudaryta iš $n \times n$ vienetinių langelių, dengiama stačiakampėmis $k \times 1$ ir $1 \times k$ matmenų plytelėmis. Plytelė turi uždenkti lygiai k gretimų langelių ir negali persidengti su kita plytele. Sudėjus plyteles, dar vienai plytelei vietos neliko. Kiekvienai tokiai skaičių k ir n porai nustatykite, kiek mažiausiai plytelių gali būti gautajame denginyje.

6 uždavinys. Aibė S sudaryta iš visų natūraliųjų skaičių n , kuriems n^4 turi daliklį, lygų vienam iš skaičių $n^2 + 1, n^2 + 2, \dots, n^2 + 2n$. Įrodykite, kad aibėje S yra po be galo daug elementų, užrašomų kiekvienu iš pavidalų $7m, 7m + 1, 7m + 2, 7m + 5, 7m + 6$, o pavidalu $7m + 3$ arba $7m + 4$ negali būti užrašytas nė vienas aibės S elementas (m žymi sveikąjį skaičių).