



Language: Hebrew

Day: 2

יום רביעי, 13 באפריל, 2016

שאלה 4. שני מעגלים בעלי רדיוסים שווים, ω_1 ו- ω_2 , נחתכים בשתי נקודות שונות, X_1 ו- X_2 . נתבונן במעגל ω אשר משיק מבחוץ ל- ω_1 בנקודה T_1 , ומשיק מבפנים ל- ω_2 בנקודה T_2 . הוכיחי כי הישרים X_1T_1 ו- X_2T_2 נחתכים בנקודה אשר נמצאת על ω .

שאלה 5. יהיו k ו- n שלמים המקיימים $k \geq 2$ וכן $k \leq n \leq 2k - 1$. מציבים אריחים מלבניים, כל אחד בגודל $k \times 1$ או $1 \times k$, על לוח שח בגודל $n \times n$, כך שכל אריח מכסה בדיוק k משבצות, ואף משבצת לא מכוסה על ידי יותר מאריח אחד. עושים זאת עד שלא ניתן להציב אף אריח נוסף בדרך זו. לכל k ו- n המקיימים את התנאים, מצאי את המספר הקטן ביותר האפשרי של אריחים שהצבה כזו עשויה להכיל.

שאלה 6. תהא S קבוצת כל השלמים החיוביים n עבורם ל- n^4 יש מחלק בטווח $n^2 + 1, n^2 + 2, \dots, n^2 + 2n$. הוכיחי כי בקבוצה S יש אינסוף מספרים מכל אחת מהצורות $7m, 7m + 1, 7m + 2, 7m + 5, 7m + 6$ וכי אין ב- S אף מספר מהצורה $7m + 3$ או $7m + 4$, באשר m מספר שלם.

Language: Hebrew

משך הבחינה 4 שעות ו-30 דקות
כל שאלה שווה 7 נקודות