



Language: German

Day: 2

Mittwoch, 13. April 2016

**Aufgabe 4.** Seien  $\omega_1$  und  $\omega_2$  zwei Kreise mit gleichem Radius, die sich in zwei verschiedenen Punkten  $X_1$  und  $X_2$  schneiden. Sei  $\omega$  ein Kreis, der  $\omega_1$  von aussen im Punkt  $T_1$  berührt und  $\omega_2$  von innen im Punkt  $T_2$  berührt. Zeige, dass sich die Geraden  $X_1T_1$  und  $X_2T_2$  auf  $\omega$  schneiden.

**Aufgabe 5.** Seien  $k$  und  $n$  natürliche Zahlen mit  $k \geq 2$  und  $k \leq n \leq 2k - 1$ . Lege einen  $1 \times k$  oder  $k \times 1$  Stein auf ein  $n \times n$  Spielbrett, sodass dieser Stein genau  $k$  Einheitsquadrate bedeckt. Wiederhole dies, sodass keine Überlappungen entstehen, und bis keine weiteren Steine hinzugefügt werden können. Bestimme für jedes solche Paar  $(k, n)$  die Mindestanzahl von Steinen, die am Ende auf dem Spielbrett liegen.

**Aufgabe 6.** Sei  $S$  die Menge aller natürlicher Zahlen  $n$ , für welche  $n^4$  einen Teiler in der Menge  $\{n^2 + 1, n^2 + 2, \dots, n^2 + 2n\}$  hat. Zeige, dass  $S$  von jeder der Formen  $7m, 7m + 1, 7m + 2, 7m + 5, 7m + 6$  jeweils unendlich viele Elemente enthält, aber keine Elemente der Form  $7m + 3$  oder  $7m + 4$ , wobei  $m$  eine ganze Zahl ist.